



OECONOMICUS NAPOCENSIS VERSENY

V. szekció

Tantárgy: Matematika I – - XI. osztály tanulói számára

TEMATIKA

1. Matematika: IX. osztály

- 1.1. Matematikai indukció
- 1.2. Számtani és mértani sorozatok
- 1.3. I és II fokú függvények
- 1.4. Vektorok a síkban
- 1.5. Trigonometria alkalmazása a geometriában

2. Matematika: X. osztály

- 2.1. Valós számok; komplex számok
- 2.2. Hatványfüggvények, gyökfüggvények, exponenciális és logaritmus függvények. Trigonometrikus függvények
- 2.3. Négyzetgyököt, illetve köbgyököt tartalmazó irracionális egyenletek. Exponenciális és logaritmikus egyenletek
- 2.4. Elemi pénzügyi matematikai ismeretek
- 2.5. Valószínűségszámítási alapismeretek
- 2.6. Permutációk, variációk, kombinációk
- 2.7. Analitikus mértan: egyenes egyenlete a síkban; távolság- és területszámítás a síkban; két egyenes párhuzamosságának feltétele a síkban; két egyenes merőlegességének feltétele a síkban

3. Matematika: XI. osztály

- 3.1 Algebra: mátrixok; determinánsok; lineáris egyenletrendszerek
- 3.2 Analízis: függvények határértéke; folytonos függvények; deriválható függvények; függvények tanulmányozása deriváltak segítségével

SZAKIRODALOM

A IX-XI.-es matematika tankönyvek.

MINTATÉTEL

I: Tesztkérdések (a helyes választ jelöljük „x”-szel)

Tétel	pont	Ssz.	A	B	C	D
I (0.8 x 5 = 4)	0.8	1				
	0.8	2				
	0.8	3				
	0.8	4				
	0.8	5				

II és III: Nyitott kérdések (a helyes választ a megfelelő helyre kell beírni)

Tétel	pont		Ssz	VÁLASZ
II (1.25 x 2 = 2.5)	1.25	0.75	1(a)	
		0.5	1(b)	
	1.25	0.75	2(a)	
		0.5	2(b)	
III (1.25x2+1 = 3.5)	1.25	0.75	1(a)	
		0.5	1(b)	
	1.25	0.75	2(a)	
		0.5	2(b)	
	1	1	3	

I. Írjuk be a helyes választ a megfelelő helyre. Minden feladat 0.8 pontot ér és csak egy helyes válasz létezik.

(1) Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^a - ax^3$ függvény. Határozzuk meg az a azon valós értékét, melyre $f'(1) = 10$:

Válasz: A. -10 B. -5 C. 1 D. 5

(2) A kukoricaliszt előállítás során a veszteség 18%. Mekkora mennyiségű kukoricából nyerhető 2829 kg liszt?

Válasz: A. 3540 kg B. 3450 kg C. 3383 kg D. 3338 kg

(3) Van öt kártyánk, amelyeket 1, 2, 3, 4 és 5 számmal jelöltünk. Véletlenszerűen kiválasztunk közülük kettőt, és azokat a kihúzás sorrendjében egymás mellé helyezzük. Mennyi a valószínűsége annak, hogy a kapott szám osztható 5-tel?

Válasz: A. 0,17 B. 0,20 C. 0,40 D. 0,08

(4) Öt osztálytárs moziba megy. Botondnak nagyon tetszik Anna, de ezt nem meri bevallani neki. Mi a valószínűsége annak, hogy az egymás mellé szóló öt jegyet véletlenszerűen kiosztva, Botond és Anna egymás mellé kerülnek?

Válasz: A. 0,4 B. 0,2 C. 0,3 D. 0,1

(5) Határozzuk meg azon egyenes meredekségét, mely áthalad az xOy koordináta-rendszer origóján, valamint az A(3;5) és B(-1;-4) pontok által meghatározott szakasz felezőpontján:

Válasz: A. $-\frac{1}{2}$ B. 2 C. $\frac{1}{2}$ D. -2

II. Írjuk be a helyes választ a megfelelő helyre. Minden feladat 1.25 pontot ér.

(1) Adott az $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & x+1 \\ x & (-1)^x \end{pmatrix}$, $A \in M_2(\mathbb{R})$ mátrix, ahol x valós paraméter.

(a) (0.75p) Számítsuk ki: $A(0) + A(1) + A(2) + A(3)$.

(b) (0.5p) Határozzuk meg: $(A(-1))^{2025}$.

(2) Adottak az $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 6 & 4 & 2 \\ 9 & 6 & 3 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ és $Y = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ mátrixok.

(a) (0.75p) Határozzuk meg A^3 értékét!

(b) (0.5p) Számítsuk ki az $A - X \cdot Y$ mátrix determinánsának értékét!

III. Írjuk be a helyes választ a kijelölt helyre. Az első két feladat 1.25 pontot ér, míg a harmadik 1 pontot.

(1) Adottak az $f: D \rightarrow \mathbb{R}$, ahol D maximális értelmezési tartomány, és a $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvények:

$$f(x) = \frac{4x^3}{x^2 - 1}, \quad g(x) = \frac{x^3}{ax^2 + x - 1}, \quad a > 0.$$

(a) (0.75p) Számítsuk ki az f függvény ferde aszimptotájának meredekségét $+\infty$ -ben!

(b) (0.5p) Határozzuk meg az a értékét úgy, hogy a g függvény ferde aszimptotája $+\infty$ -ben legyen párhuzamos az f függvény ferde aszimptotájával $+\infty$ -ben!

(2) Adott az $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln x - x + 1$ függvény.

(a) (0.75p) Határozzuk meg az f függvény elsőrendű deriváltját!

(b) (0.5p) Határozzuk meg az f függvény szélsőértékeit (helyi maximum/minimum)!

(3) 2024-ben az Oeconomicus Napocensis versenyre beiratkozott diákok 51%-a vett részt a matematika szekcióban. 2025-ben a versenyre jelentkezők száma 10%-kal nőtt, és közülük 60% választotta a matematikát. Ebben az évben a matematika szekcióban 45 diákkal többen vettek részt, mint 2024-ben. Hány diák vett részt összesen a versenyen 2024-ben?