



OECONOMICUS NAPOCENSIS VERSENY

V. szekció

Tantárgy: Matematika I M

TEMATIKA

1. Matematika: IX. osztály

- 1.1. Matematikai indukció
- 1.2. Számtani és mértani sorozatok
- 1.3. I és II fokú függvények
- 1.4. Vektorok a síkban
- 1.5. Trigonometria alkalmazása a geometriában

2. Matematika: X. osztály

- 2.1. Valós számok; komplex számok
- 2.2. Hatványfüggvények, gyökfüggvények, exponenciális és logaritmus függvények. Trigonometrikus függvények
- 2.3. Négyzetgyököt, illetve köbgyököt tartalmazó irracionális egyenletek. Exponenciális és logaritmikus egyenletek
- 2.4. Elemi pénzügyi matematikai ismeretek
- 2.5. Valószínűségszámítási alapismeretek
- 2.6. Permutációk, variációk, kombinációk
- 2.7. Analitikus mértan: egyenes egyenlete a síkban; távolság- és területszámítás a síkban; két egyenes párhuzamosságának feltétele a síkban; két egyenes merőlegességének feltétele a síkban

3. Matematika: XI. osztály

- 3.1 Algebra: mátrixok; determinánsok; lineáris egyenletrendszerek
- 3.2 Analízis: függvények határértéke; folytonos függvények; deriválható függvények; függvények tanulmányozása deriváltak segítségével

SZAKIRODALOM

A IX-XI.-es matematika tankönyvek.

MINTATÉTEL

I: Tesztkérdések (a helyes választ jelöljük „x”-szel)

Tétel	pont	Ssz.	A	B	C	D
I	0.7	1				
	0.7	2				
	0.7	3				
	0.7	4				
	0.7	5				
	0.7	6				
	0.7	7				
	0.7	8				

II és III: Nyitott kérdések (a helyes választ a megfelelő helyre kell beírni)

Tétel	pont		Ssz	VÁLASZ
II (0.7 x 2 = 1.4)	0.7	0.5	1(a)	
		0.2	1(b)	
	0.7	0.5	2(a)	
		0.2	2(b)	
III (0.6 x 5 = 3)	0.6	0.4	1(a)	
		0.2	1(b)	
	0.6	0.4	2(a)	
		0.2	2(b)	
	0.6	0.4	3(a)	
		0.2	3(b)	
	0.6	0.4	4(a)	
		0.2	4(b)	
	0.6	0.6	5	

I. Írjuk be a helyes választ a megfelelő helyre. Minden feladat 0.7 pontot és csak egy helyes válasz létezik.

(1) Oldjuk meg a következő egyenletet: $x^2 - 22x + 85 = 0$

Válasz: A. $x \in \{1,7\}$ B. $x \in \emptyset$ C. $x \in \{5,17\}$ D. $x \in \{10\}$

(2) Határozzuk meg a következő határértéket: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\pi}{e}\right)^x$ este

Válasz: A. π B. e C. 0 D. ∞

(3) Számítsuk ki $f'(1)$ értékét, ha $f(x) = -x^3 + 5x - 7$.

Válasz: A. -5 B. -2 C. 2 D. 5

(4) 100 g zabpehelyben 1.79 mg B2 vitamin van, ami a napi ajánlott mennyiség 76%-ka. Huba 35 g zabpehelyt reggelizett. A B2 vitamin napi ajánlott mennyiségének hány százalékát tartalmazta Huba reggelije?

Válasz: A. 76% B. 62.65% C. 35% D. 26.6%

(5) Tordán megrendezték a próbaérettségit matematikából. Minden tanuló egy kódszámot kapott, amely az 1, 2, 3, 4, 5, 6 számjegyekből mindegyiket pontosan egyszer tartalmazta valamilyen sorrendben. Hány tanuló írta meg a próbaérettségit, ha az összes képezhető kódszámot kiosztották?

Válasz: A. 24 B. 120 C. 720 D. 1440

(6) Egy vizsgán a lehetséges osztályzatok: elégtelen, elégséges, közepes, jó. Egy osztályból a diákok negyede jó, míg egyharmada közepes minősítést kapott. Véletlenszerűen kiválasztva az osztályból egy diákot mennyi annak a valószínűsége, hogy a diák elégtelen vagy elégséges osztályzatot kapott?

Válasz: A. $\frac{7}{12}$ B. $\frac{5}{12}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{3}$

(7) Határozzuk meg a következő függvény minimumát: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 4x^2 - 8x + 1$.

Válasz: A. -3 B. $1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$ D. 1

(8) Határozzuk meg az $a \in \mathbb{R}$ azon értékét, melyre A(1; a), B(4; 1) és C(-1; -4) kollineáris pontok.

Válasz: A. -3; B. -2; C. 2; D. 3.

II. Írjuk be a helyes választ a megfelelő helyre. Minden feladat 0.7 pontot ér.

(1) Minden valós m paraméter esetén adott a következő mátrix $A(m) = \begin{pmatrix} 1 - 4m & -2m \\ 10m & 1 + 5m \end{pmatrix}$.

(a) (0.5p) Számítsuk ki: $A(m) \cdot A(-1)$.

(b) (0.2p) Határozzuk meg: $A(-5) \cdot A(-4) \dots \cdot A(4) \cdot A(5)$.

(2) Adott az $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ mátrix, ahol $a, b, c, d \in \mathbb{N}$. Határozzuk meg azon mátrixok számát, melyekre

(a) (0.5p) az elemek összege 1.

(b) (0.2p) az elemek összege 2.

III. Írjuk be a helyes választ a kijelölt helyre. Minden feladat 0.6 pontot ér.

(1) Adott az alábbi egyenletrendszer
$$\begin{cases} x + my + 2z = 1 \\ x + (2m - 1)y + 3z = 1 \\ x + my + (m - 3)z = 2m - 1 \end{cases}, m \in \mathbb{R}.$$

(a) (0.4p) Határozzuk meg a rendszer mátrixának determinánsát.

(b) (0.2p) Határozzuk meg az $m \in \mathbb{R}$ paraméter értékét úgy, hogy az egyenletrendszernek egyetlen megoldása legyen.

(2) Legyen $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$.

(a) (0.4p) Határozzuk meg: $f'(x)$.

(b) (0.2p) Számítsuk ki $\lim_{x \rightarrow 2} -\frac{f'(x) \cdot (2x^2 - 9x + 10)^2}{x^2 + 4}$.

(3)

(a) (0.4p) Határozzuk meg annak az egyenesnek az irányítányezőjét, mely merőleges a $2y = x - 1$ egyenletű egyenesre.

- (b) (0.2p) Határozzuk meg az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 2x$ függvény azon érintőjének egyenletét, mely merőleges a $2y = x - 1$ egyenletű egyenesre.
- (4) Legyen $f: \mathbb{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^2}{x+1}$.
- (a) (0.4 p) Határozzuk meg azon intervallumokat, ahol az f függvény monoton csökkenő.
- (b) (0.2 p) Határozzuk meg az $a \in \mathbb{R}$ értékét úgy, hogy $f(x) \leq a$ bármely $x < -1$ értékre.
- (5) Anna két ruhát vásárol. Az elsőt 9%, míg a másodikat 19% kedvezménnyel. Eredetileg az első ruha háromszor annyiba kerül, mint a második. A teljes eredeti összeg hány százalékát fizette Anna?